



TITLE:

17.地球大気における準定常状態：
不規則運動における規則性(基研長
期研究会「カオスとその周辺」,研
究会報告)

AUTHOR(S):

向川, 均

CITATION:

向川, 均. 17.地球大気における準定常状態：不規則運動における規則性
(基研長期研究会「カオスとその周辺」,研究会報告). 物性研究 1988,
50(4): 566-580

ISSUE DATE:

1988-07-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/93149>

RIGHT:

17. 地球大気における準定常状態： 不規則運動における規則性^{*)}

京大・理・地球物理 向 川 均

1. 序

(1) ブロッキング現象

地球大気は非線形システムであり、例え外部条件（太陽放射・海水面温度・地形など）が一定であっても、その取り得る状態は唯一とは限らない（大気運動における非線型性の効果については、松田・余田²⁾ Ghil & Childress³⁾を見よ）。ここでは特に、地球規模で生ずる準定常的な流れのパターン（いわゆるブロッキング現象）に着目し、その非線型力学的な側面を研究する。

ブロッキング現象とは、ジェット気流（偏西風の強風帯）が南北に大きく蛇行し、移動性高・低気圧の進行を妨げる（block）現象である。しかし、この現象を客観的に定義することは困難であり、そのため、その力学的解釈も充分ではない。（ブロッキング現象の解説としては、余田⁴⁾や Reinhold⁵⁾などがある。）

最近、Dole⁶⁾は、ブロッキング現象の持つ時間的持続性に着目したデータ解析を行ない、次の様な結果を得ている。(i)地理的には、太平洋東部・大西洋・ソビエト西部で発生しやすい。(ii)流れのパターンは、10～20日に及ぶ準定常的パターンを示すことがある。(iii)そのパターンの寿命の分布は、指数関数的に減少する。即ち、 n 日以上パターンの続く確率は、 $\exp(-n/\tau)$ で表現される。

本研究においては、この様な現象の持つ準定常性に着目し、その力学的背景を探ることにする。しかし、ここで注意しなければならないことは、Dole⁶⁾の研究が地域的（regional）な準定常性に着目しているのに対し、ここではシステム全体の、globalなそれに着目することである。

(2) 非線型力学的アプローチ

(i) 多重安定定常解モデル

大気大規模運動の多重性に初めて着目したのは、Charney & DeVore⁷⁾である。（詳しい

*) この要旨は、Mukaigawa¹⁾に基づいて作成した。

解説は、余田⁴⁾。彼らは、表面地形を含む順圧準地衡風・低次(3元)スペクトルモデルにおいて、地形による強制ロスビー波と帯状流との非線型相互作用によって、2つの安定定常解が存在することを示した。一つは、波の成分が弱く、帯状流の強い解、他方は波の成分が強く帯状流の弱い解である。彼らは、2つの安定定常解の間の遷移は、スペクトル切断で落した小スケールの成分(傾圧不安定波)によるものと仮定し、後者の解とブロッキング現象とを結びつける議論を行なった。

しかしながら、Yoden⁸⁾は、傾圧不安定波を表現しうるモデル(28元スペクトルモデル)において、低次モデルにおける安定定常解は存在せず、実現される運動は非周期・不規則であることを示した。従って、大気大規模運動における多重安定解の役割には、大きな疑問が残る。

(ii) 天候レジーム

Reinhold & Pierrehumbert⁹⁾は、不規則運動における形態的規則性に初めて着目した。彼らは、傾圧2層準地衡風スペクトルモデル(20元)において、直観的に把握しうる2つの時間平均状態(天候レジーム; weather regime)が存在することを示した。図1-(a)は、モデルで地形と同じスケールを持つ波の順圧

成分の $\cos(x$ 軸), $\sin(y$ 軸) 成分を、3000日分プロットしたものである。明らかに、その分布は非均一で、図の第2・4象限にたまっている。また、この波の位相角の時系列(図1-b)からわかるように、波は、 140° と -140° あたりで停滞する。彼らは、このような流れの準定常性を天候レジームと呼び、その維持・遷移における傾圧波の重要性を示している。この現象は、大気現象を考える場合、非常に魅力的であるが、モデルの波数切断に大きく依存し、Yoden⁸⁾と同じ28成分のモデルでは、存在しなくなる(図2)。従って、この概念を、大気現象に直接適用することは疑問である。

(iii) 準定常状態

一方、Legras & Ghil¹⁰⁾は、球面順圧スペクトルモデルにおいて、システムの持つ準定常性に着目した研究を行なった。彼らは、準定常状態を次の様に定義した。まず、モデルは、一般に

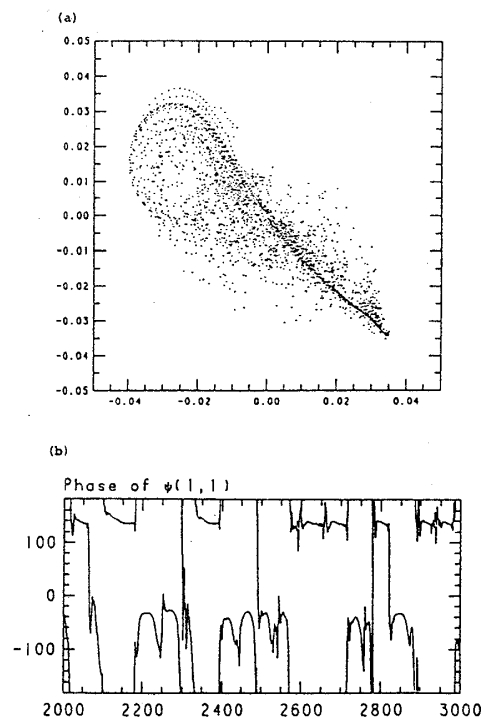


図1 (a) Reinhold & Pierrehumbert⁹⁾のモデルにおける、地形と同じスケールの波の順圧成分の \cos (横軸), \sin (縦軸)成分を3000日分プロットした。
(b) この波の位相角の時系列。

$$\begin{aligned}\dot{x}_i &= f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ i &= 1, 2, \dots, n \quad (1.1)\end{aligned}$$

のような, n 元連立非線型常微分方程式系で表現される。そこで, 位相空間における解ベクトル $\mathbf{x}(t)$ の変動が小さい所という意味で,

$$\begin{aligned}C(t) &= |\mathbf{x}(t+\tau) - \mathbf{x}(t)| / \tau \\ \tau &= 2 \text{ days} \quad (2.1)\end{aligned}$$

が, ある閾値以下となる時を, 準定常状態と定義した。

ある不規則運動において, $C(t)$ は, 例えば図3の様な変動をする。そこで, $C(t)$ が有意に小さい所を見ると, その流れのパターンは, 図4-(a)のようである。これが, ある不安定定常解の流れのパターン(図4-(b))と酷似していることから, 彼らは, 不規則変動における準定常状態は, 不安定定常解の近傍で生じていることを示唆した。

この研究により, 準定常状態に対する一つの力学的視点が与えられたわけであるが, 次の2つの問題が残されている。

○準定常状態は, 定常解以外のものとは関連しないのか?

○傾圧波の存在するモデルにおいても, 準定常状態に対し, 何らかの力学的裏付けは得られるのか?

そこで, 本研究では, この2点の間を中心に考察していく。

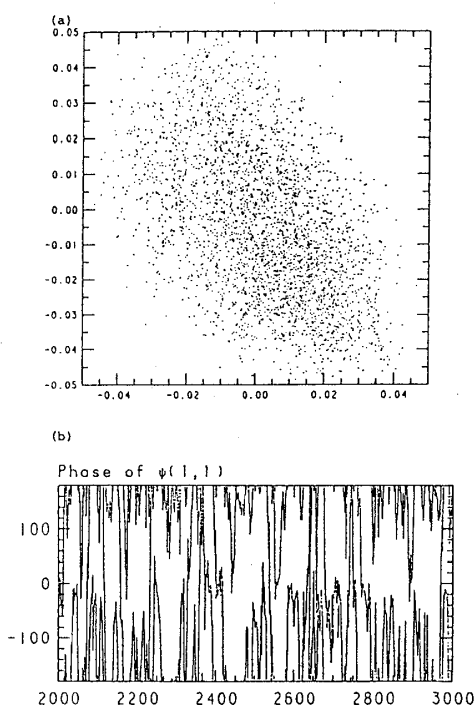


図2 図1のモデルで, スペクトル波数切断を $M=N=2$ (20成分) から, $M=2$, $N=3$ (28成分) に緩めた場合。

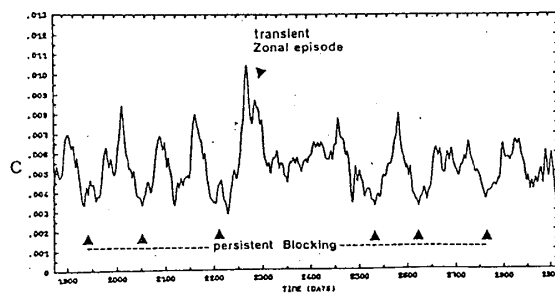


図3 $C(t)$ の時系列。(Legras & Ghil¹⁰⁾より)

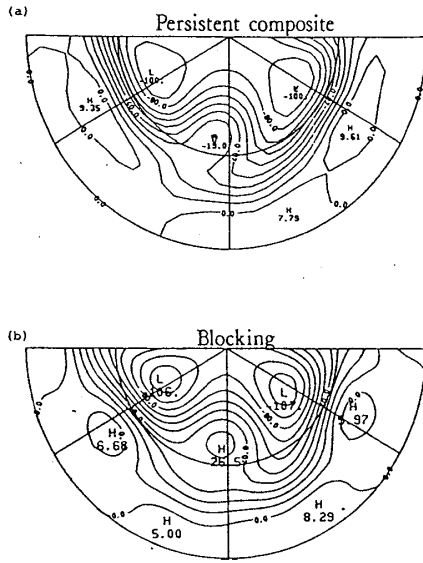


図4 (a)図3で、2640日付近を時間平均した時の流線関数の水平パターン。
(b)近傍にある、不安定定常解。

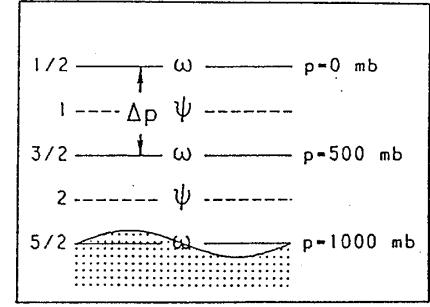


図5 2層モデルの概念図

2. モデル

表面地形を含む、準地衡風2層 β -チャネルモデル(図5)を用いる。支配方程式は、渦位方程式と、熱力学方程式からなり(詳細は、Pedlosky¹¹⁾), 各々,

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \phi_l = -J(\phi_l, \nabla^2 \phi_l + \beta y) + \frac{f_0}{4p} (\omega_{l+1/2} - \omega_{l-1/2}) - k \nabla^2 \phi_l \quad (2.1)$$

$$l = 1, 2$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi_1 - \phi_2) = \frac{1}{2} J(\phi_1 + \phi_2, \phi_1 - \phi_2) + \frac{S \Delta p}{f_0} \omega_{3/2} + \mu [\theta^* - (\phi_1 - \phi_2)] \quad (2.2)$$

である。ここで、 ϕ_l は各層の流線関数、 $\omega_{l+1/2}$ は $l+1/2$ レベルでの鉛直 p -速度($\omega \sim -\rho g w$)であり、コリオリ係数は $f = f_0 + \beta y$ を仮定している(β -平面)。また、 $\Delta p \cdot S \cdot k \cdot \mu \cdot \theta^*$ は、各々、層間の気圧差・鉛直安定度・摩擦係数・Newtonian 消散係数・放射平衡温度である。微分演算子 ∇^2 、 J は、 $\nabla^2 = (\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)$ 、 $J(a, b) = (\partial a/\partial x)(\partial b/\partial y) - (\partial a/\partial y)(\partial b/\partial x)$ を表わす。

境界条件は、 $y = 0$ 、 πL で剛体壁を与え、 x 方向には、 $x = 2\pi L/\alpha$ で周期条件を課する。鉛直方向には、

$$\omega_{1/2} = 0 \quad (2.3)$$

$$\omega_{5/2} = -\rho_{5/2} g J(\phi_2, h) \quad (2.4)$$

を考える。式(2.4)において、 $\rho_{5/2}$ はレベル5/2での空気密度、 g は重力加速度、 h は地形である。

$\phi_l \cdot \omega_{l+1/2} \cdot \theta^* \cdot h$ を流れの領域に適した次の直交関数系 $\{F_i\}$

$$\begin{cases} F_{Am} = \sqrt{2} \cos m y \\ F_{K_m^n} = 2 \cos n \alpha x \sin m y & m = 1, \dots, M \\ F_{L_m^n} = 2 \sin n \alpha x \sin m y & n = 1, \dots, N \end{cases} \quad (2.5)$$

で展開すると、方程式 (2.1) ~ (2.4) は、それらの展開係数 $x_i(t)$ の時間に関する一階 ν 元連立常微分方程式系となる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_1, x_2, \dots, x_\nu; \lambda) & i &= 1 \sim \nu \\ \nu &= 2M(2N+1). \end{aligned} \quad (2.6)$$

λ は、外部パラメータ ($S \cdot k \cdot \mu \cdot \theta^* \dots$) であり、ここでは θ^* を除いた全てを、地球大気に相当する値に固定する。放射平衡温度 θ^* は、その空間分布を

$$\theta^* = \theta_A F_{A_1} = \sqrt{2} \theta_A^* \cos y \quad (2.7)$$

と仮定し、以下 θ_A^* を唯一の分岐パラメータとして、方程式 (2.6) の解の性質を調べる。

次に、スペクトル切断は、(2.5) で $M=2$, $N=3$ を考える。従って、変数の数は 28 個である。この切断で、全成分が地形の影響を受け、さらに三波相互作用する最小のシステムを作成できる。

3. 定常解・周期解・非周期解

定常解は、改訂マルカード法及び連続法によって求め、周期解・非周期解は、Adams--Bashforth-Moulton 法による数値積分で得た。また、非周期解は、初期値の影響がなくなったと思われる部分を解析している。

図 6 は、横軸に θ_A^* 、縦軸に帯状流の第 1 順圧成分 ϕ_{A_1} を取り、定常解を太実線で、またその安定性を S (安定), U (不安定) で、対応する枝上に示している。チャネルモデルによる空間対称性により、この図では、2 つの解が 1 つに表現されることに注意されたい (例えば S2 と S3)。図 7 に、 $\theta_A^* = 0.054$ における定常解 S1, S2, S3 の上下層の流線関数の水平パターンを示したが、これからも S2, S3 が、ある空間対称性を持つことがわかる。また、この対称性で対応する 2 つの解は、同じ力学的安定性を持つこともわかる。図 6 より、多重安定解は、 $0.0318 < \theta_A^* < 0.0349$ の狭い領域でのみ実現することがわかる。また、 $\theta_A^* =$

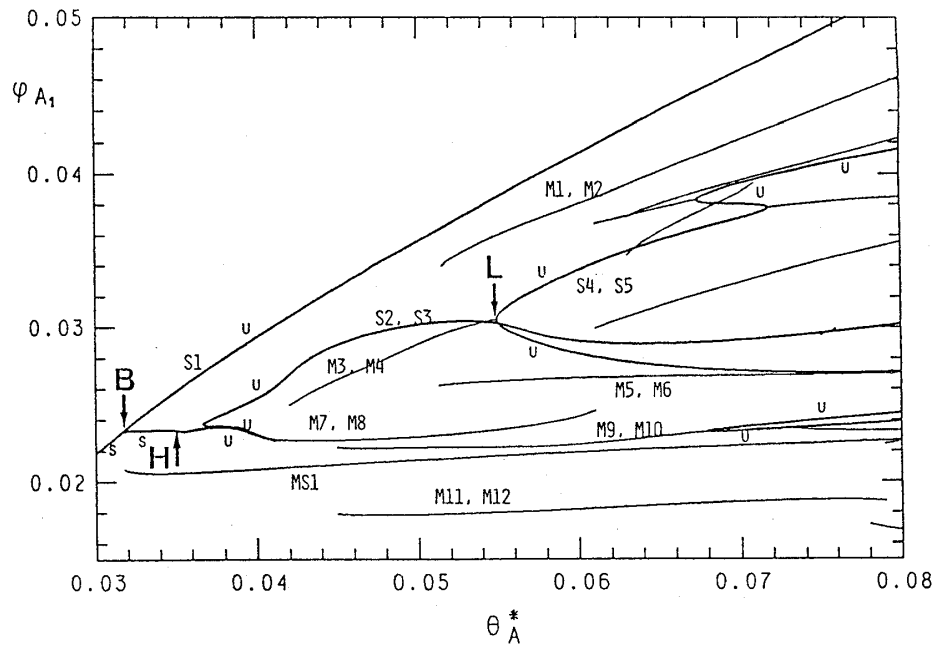


図6 定常解(太実線), 非常定極小点(細実線)の分岐図。横軸は θ_A^* , 縦軸は ϕ_{A_1} 。同じ力学的特性を持つ2つの極小点は, 1つに縮退して表現される。定常解の安定性をS(安定), U(不安定)で示す。

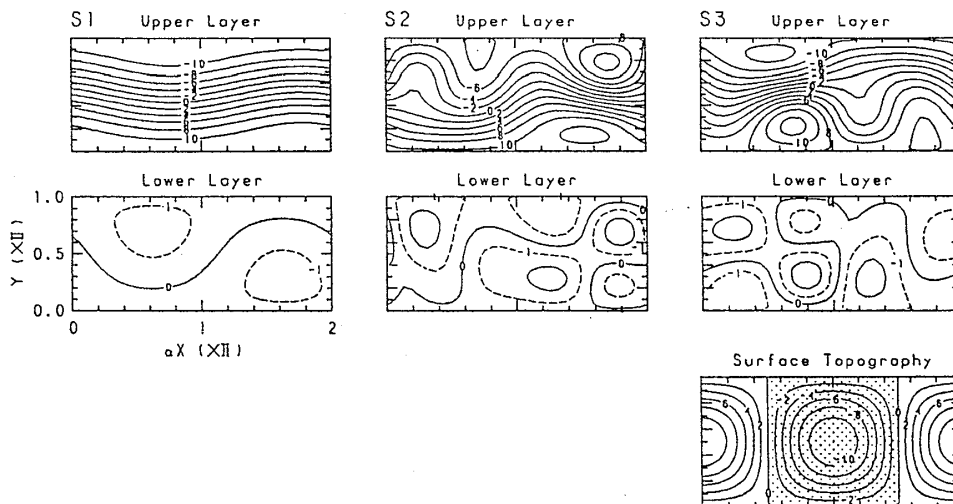


図7 $\theta_A^* = 0.054$ における, 定常解S1~S3の上下層の流線関数の水平パターン。右下に, 表面地形を示す。陰影部は谷。

$= 0.03491$ の Hopf 分岐(図中のH)で生じた周期解は, $\theta_A^* = 0.038$ で不安定化し, $\theta_A^* > 0.038$ では, 非周期解のみが得られた。この領域では, 全ての定常解は不安定である。

この非周期解の一例として, 図8-(a)に $\theta_A^* = 0.054$ における ϕ_{A_1} の時系列・図8-(b)に, そのパワースペクトルを示す。明らかに, この運動は特徴的な周期のない red noise 的性質

を持つことがわかる。

4. 準定常状態

さて、図8の様な不規則運動において、準定常状態(QS)を、

$$\begin{aligned} |\dot{\mathbf{x}}| &= \left[\sum_i^{\nu} (\dot{x}_i)^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[\sum_i f_i^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.1)$$

が、ある閾値よりも小さい状態と定義した。式(3.1)の量 $|\dot{\mathbf{x}}|$ は、Legrasら¹⁰⁾の $C(t)$ (1・2)における、 $\tau \rightarrow 0$ での極限に対応し、位相空間における解ベクトルの“スピード”を表わす。

さて、QSがどうして生ずるのかを考える場合、概念的に図9の2つの状況がありうる。

- (a) $|\dot{\mathbf{x}}|$ の位相空間における少しの“ゆがみ”
- (b) $|\dot{\mathbf{x}}|$ の位相空間における、ある特定の極小点の近傍。

のいずれかを、解軌道が通過した。一次元の運動では、QSは正に(b)である(この場合、近傍ではなく、極小点自体を通過する)。しかしながら、多次元空間での運動では、QSが(b)とただちに結び付く必然性はない。ここでは、ある外部パラメータの領域で、実際にQSが(b)の状況で発生することを示すことができた。

その議論の前に、位相空間における $|\dot{\mathbf{x}}|$ の極小点について考察する。

(1) 位相空間における $|\dot{\mathbf{x}}|$ の極小点

極小点が満たす方程式は、

$$\nabla |\dot{\mathbf{x}}|^2 = 2\mathbf{J}^T \dot{\mathbf{x}} = 0 \quad (3.2)$$

である。ここで

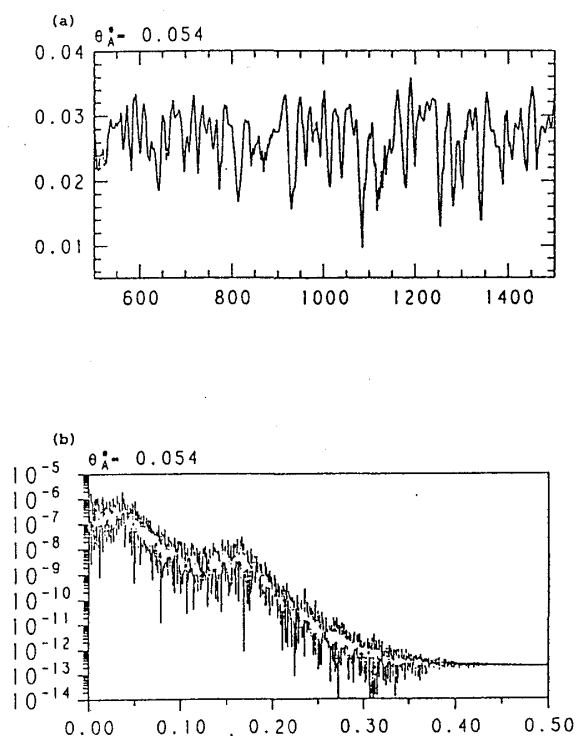


図8 (a) $\theta_A^* = 0.054$ における不規則変動での ϕ_{A1}^* の時系列。
(b) (a)のパワースペクトル。横軸は cycle/day。

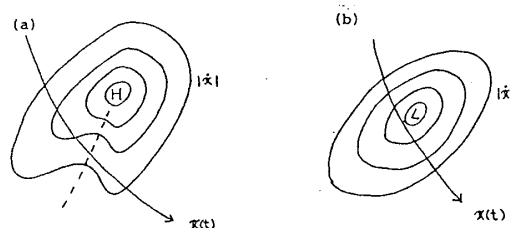


図9 QSの概念図。コンターは $|\dot{\mathbf{x}}|$ の値。

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_\nu} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_\nu} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_\nu}{\partial x_1} & \frac{\partial f_\nu}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_\nu}{\partial x_\nu} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

であり、式(3.2)を満たす点が極小点であるには、 $|\dot{\mathbf{x}}|^2$ のヘシアン行列；

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 |\dot{\mathbf{x}}|^2}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 |\dot{\mathbf{x}}|^2}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 |\dot{\mathbf{x}}|^2}{\partial x_1 \partial x_\nu} \\ \frac{\partial^2 |\dot{\mathbf{x}}|^2}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 |\dot{\mathbf{x}}|^2}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 |\dot{\mathbf{x}}|^2}{\partial x_2 \partial x_\nu} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 |\dot{\mathbf{x}}|^2}{\partial x_\nu \partial x_1} & \frac{\partial^2 |\dot{\mathbf{x}}|^2}{\partial x_\nu \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 |\dot{\mathbf{x}}|^2}{\partial x_\nu^2} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

の固有値 σ_i ($i = 1, \dots, \nu$) が全て正でなければならない。(σ_i が全て負の場合、極大点、それ以外は峠点である。)

さて、(3.2)より極小点とは、定常解 ($\dot{\mathbf{x}} = 0$) 又は、非定常極小点 ($\dot{\mathbf{x}} \neq 0$, $|\mathbf{J}^T| = 0$) のいずれかであることがわかる。次に、定常解の分岐理論を用いて、非定常極小点の分岐を考える。この場合の臨界点は、ヘシアン行列 \mathbf{H} の固有値 (全て実数) の内、1つが零となる点である。いくつかの臨界点を図10に示した。図10-(a)は、“極限点”で、そこで非定常極小点は峠点となり消滅する。一方図10-(b)は、“分岐点”で、非定常極小点に分岐し、峠点が生ずる。

また、非定常極小点の性質 $|\mathbf{J}^T| = 0$ より、この点が定常解の臨界点と関連することが類推される。実際、簡単な力学モデルでは、図11-(a)の様に、定常解の極限点の垂臨界側に、非定常極小点が生ずる。しかしながら、定常解の分岐点からは、図11-(b)のように、峠点のみしか分岐しない。これらのことは、一般の力学系においても成立する。

実際のモデルにおける極小点は、定常解同様、改訂マルカード法 (非線型最小二乗法)、及び連続法を用いて求められる。図12は、位相空間上で、定常解と非定常極小点とを結ぶ線上での $|\dot{\mathbf{x}}|$ の分布を示したも

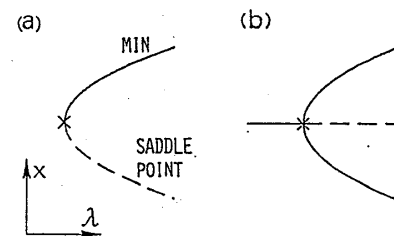


図10 非定常極小点の臨界点。 λ , x は、分岐パラメータ、及び内部変数。実線は、非定常極小点、破線は峠点。(a) “極限点”。(b) “分岐点”。

のである。定常解では、正しく $|\dot{\mathbf{x}}| = 0$ であるが、非定常極小点では $|\dot{\mathbf{x}}|$ はある有限の値を持つ。また、図 6 の細実線は、非定常極小点を示しており、定常解同様、空間対称性を持つ 2 つの点（例えば M1, M2）が、1 つに縮退して表現されている。この図より、定常解の極限点からは、必ず非定常極小点が分岐していることがわかる（例えば、図中 L より M3, M4 が分岐）。また、非定常極小点が、“極限点” で消滅することもある。

(2) QS と極小点

実際に、QS がある特定の極小点の近傍で生じていることを、次に示す。図 13 は、 $\theta_A^* = 0.054$ での $|\dot{\mathbf{x}}|$ の時系列である。 $|\dot{\mathbf{x}}|$ の時間方向の極大付近と、極小付近の変化の違いが、明瞭である。かりに、QS の期間を、 $|\dot{\mathbf{x}}|$ がその時間平均値（図で実線）から標準偏差を引いた値（図で点線）以下になった期間と定義する（以下の議論は、この閾値にほとんど依存しない）。次に、図 14 には、各瞬間における位相空間での最も近い極小点までの距離（実線）と、2 番目に近い極小点までの距離（破線）の時系列を示した。ここで距離とは、Euclid 的距離である。この図より、QS の期間において確かに、最も近い極小点までの距離が、2 番目に近い極小点までの距離に比べて有意に小さいことがわかる。即ち、QS は、ある特定の極小点の近傍で生じているのである。

この両者の関係は、図 15 から視覚的に捕えられる。図 15-(a)は、非周期運動において定

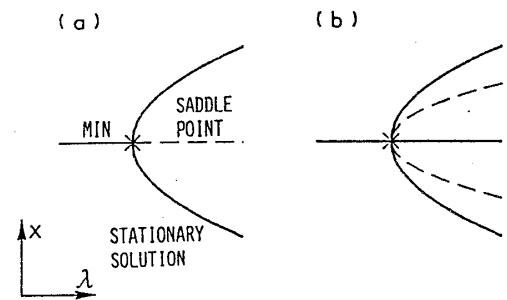


図 11 非定常極小点の分岐と、定常解の臨界点。太実線、細実線、破線は、各々、定常解、非定常極小点、峠点。(a)極限点。(b)分岐点。

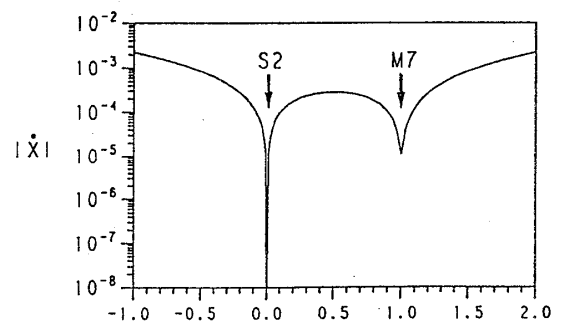


図 12 $\theta_A^* = 0.054$ で、定常解 S2 と非定常極小点 M7 を結ぶ、位相空間上の線分における $|\dot{\mathbf{x}}|$ の分布。

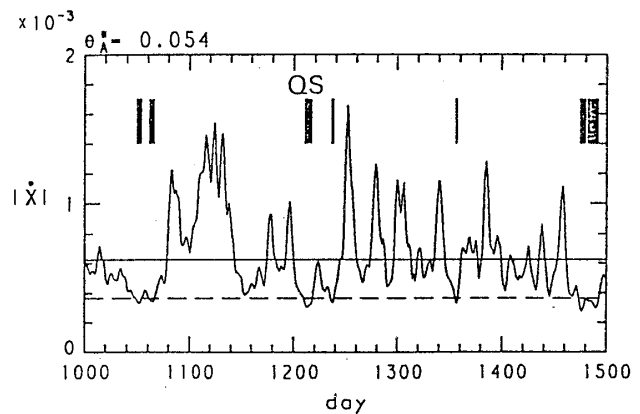


図 13 $\theta_A^* = 0.054$ での、 $|\dot{\mathbf{x}}|$ の時系列。QS は、太い縦実線（幅がその期間）で示す。

義された, ある QS 期間の上層の流線関数の水平パターンである。この図からも, 流れの「準定常性」が明瞭である。一方, 図 15-(b) は, この QS から最も近傍にある極小点 (M8: 非定常極小点) である。この 2 つの図の一致が, QS と極小点との関係を物語っている。なお, かなり広い外部パラメータ θ_A^* の値に対し, この両者の関係が成立することが確かめられた。

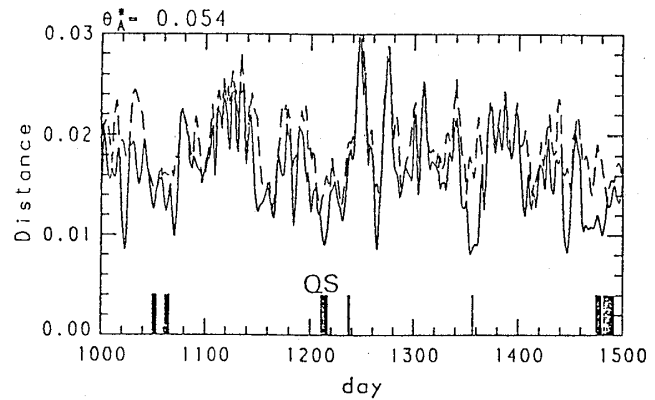


図 14 図 13 の変動における, 最も近い極小点までの距離 (実線) と, 2 番目に近い極小点までの距離 (破線)。

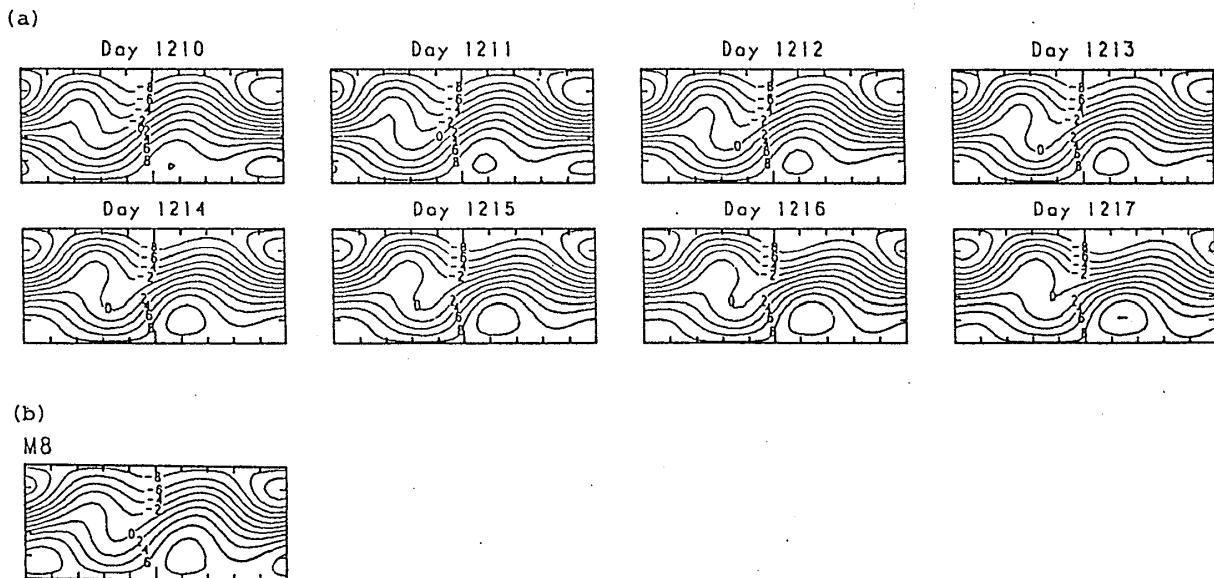


図 15 (a) Day 1210 ~ 1217 での QS における, 上層流線関数の水平パターン。
(b) 近傍の極小点 M8。

5. QS の統計的性質

前章より, QS の再現性 (同じ様な QS が出現すること) は, 偶然ではなく, QS が極小点の近傍で出現することによる当然の帰結であることがわかる。この章では, 全ての極小点をはたして均等に QS として実現されるか否か, 又 QS の持続期間について考察する。

(1) 極小点の選択性

表 1 は, $\theta_A^* = 0.054$ において, 各極小点 (定常解 S1 ~ S3, 非定常極小点 M1 ~ M14,

MS 1, MS 2) の近傍を初期値とする各々の非周期運動(a)~(n) (各 2000 日) において, 発生した QS を, 最も近い極小点で分類したものである。例えば, 初期値(b)の場合, S 1 の近傍で QS が 1 回生じた。また, 空間対称性を持つ 2 つの極小点は, 1 つにまとめてある。この表より, 初期値に依存せず, QS として出現しやすい極小点はいくつか存在することは明らかである。例えば, S 2, S 3, M 3, M 4, M 7, M 8, MS 1 は他の極小点に比べて, 数倍以上, QS として出現しやすい。この選択性を次の 2 つの側面より考察する。

(i) 極小点の局所的力学特性

まず, 極小点自体の $|\dot{\mathbf{x}}|$ の値は, 表 2 に示した様に, 不規則変動における値 (図 13) よりも 2 桁以上小さく, 近傍に解ベクトルがあれば, いずれの極小点

も QS となりうる事がわかる。従って, 極小点の近傍に, 解ベクトルが接近しうるか否かが, この選択性を決定する。第 1 に, QS が極小点の近傍で生じていることから, 極小点付近の線型場を考える。すると, 極小点の不安定固有値の数が多く, その大きさが大きいほど, 解ベクトルは, 極小点に接近しにくいので, 選択性を説明できるのではないかと考えられる。(非定常極小点の場合も, $|\dot{\mathbf{x}}|$ が小さいので, 充分線型場でその近傍の運動を近似しうる。)

表 2 に, 各々の極小点の不安定固有値を示した。これから, 明瞭な選択性を説明しうるほど, 各々の力学的安定性に差はないように思われる。実際, 各極小点近傍の線型場において, 極小

表 1 初期値(a)~(n)を持つ不規則変動, 各々 2000 日中で, 生じた QS を, 近傍の極小点 (定常解; S 1 ~ S 3, 非定常極小点; M 1 ~ M 14, MS 1, MS 2) で分類した。同じ力学的特性を持つ極小点は, まとめた。

初期値	S 1	S 2 S 3	M 1 M 2	M 3 M 4	M 5 M 6	M 7 M 8	M 9 M 10	M 11 M 12	M 13 M 14	MS 1	MS 2
(a)	0	11	0	8	0	3	0	1	0	8	0
(b)	1	15	2	5	1	5	0	2	0	2	0
(c)	2	12	0	7	0	2	0	1	0	7	0
(d)	1	11	1	5	0	4	1	0	0	7	0
(e)	0	15	0	9	0	4	0	0	0	2	0
(f)	1	12	1	5	0	3	0	1	0	7	0
(g)	1	15	1	5	2	3	0	0	0	6	0
(h)	1	13	0	5	0	5	0	0	0	0	0
(i)	0	20	0	1	0	4	0	0	0	5	0
(j)	1	21	1	5	0	3	0	0	0	4	0
(k)	0	14	4	5	0	7	0	1	0	12	0
(l)	1	10	0	4	0	9	1	0	0	6	0
(m)	1	3	0	4	1	4	0	0	0	6	0
(n)	1	17	2	5	2	4	0	0	0	4	0
計	11	189	12	73	6	60	2	6	0	76	0

表 2 各極小点の力学的特性。QS ; 表 1 の不規則変動で生じた QS を近傍の極小点で分類した合計。 $|\dot{\mathbf{x}}|$; 極小点における $|\dot{\mathbf{x}}|$ の値。及び, 不安定固有値の実数部。
* は複素固有値。MS 1, MS 2 は, 異なる力学的安定性を持つ極小点の集合。

MP	QS	$ \dot{\mathbf{x}} $	不安定固有値 (実数部)
S 1	11	0. 0	0. 033*, 0. 007*, 0. 007
S 2, S 3	189	0. 0	0. 017*, 0. 000*
M 1, M 2	12	$1. 6 \times 10^{-5}$	0. 024*
M 3, M 4	73	$2. 6 \times 10^{-6}$	0. 020*, 0. 010
M 5, M 6	6	$3. 3 \times 10^{-5}$	0. 043
M 7, M 8	60	$1. 1 \times 10^{-5}$	0. 010*
M 9, M 10	2	$1. 6 \times 10^{-5}$	0. 017*, 0. 018*
M 11, M 12	6	$1. 5 \times 10^{-5}$	0. 016*, 0. 001*
M 13, M 14	0	$4. 9 \times 10^{-5}$	0. 027*, 0. 006*
MS 1	76	$1. 4 \times 10^{-5}$	
MS 2	0	$1. 5 \times 10^{-4}$	

点に解ベクトルが接近しうる確率を計算すると、ほぼ1となり、全く選択性を説明できない。

(ii) 大域的な解ベクトルの軌道分布

第2に、この選択性は、そもそも解軌道が位相空間内で不均一に分布しているために生じたと考えられる。表3は、計28,000日の運動で、日々の解ベクトルを、最も近傍の極小点で分類したものである。この表より、解軌道の位相空間における分布の不均一性が、極小点の選択性をかなりよく説明すると思われる。但し、必ずしも、極小点の近くに分布が集中していても、QSとしては実現しないものもある(M9・M10)これは、極小点近傍の $|\dot{x}|$ の分布が、同心円状からかなりゆがんでいるために生ずるのであろう。このことは、図14において、極小点に接近しているにもかかわらず、QSとはならないことがあることから推測される。

(2) QSの持続時間

図16は、定常解S2・S3の近傍で生じたQSの持続時間の分布を示す。横軸が持続時間 n 日、縦軸が n 日以上持続したQSの数 $N(n)$ である。 $n \leq 20$ 日では、 $N(n)$ は、

$$N(n+1)/N(n) = \text{const.} \quad (5.1)$$

で充分よく表現される。この分布は、極小点近傍の線型運動を考えると、説明することができ、QSと極小点との関係を傍証するものである。

6. QSにおける力学

QSが極小点の近傍で生じているならば、次のことが証明されるはずである。

- (a) QSの開始時には、解ベクトルは極小点の安定固有ベクトルの方向から、極小点に接近する。

表3 表1の不規則変動における日々の解ベクトルを近傍の極小点で分類。QSは、各極小点の近傍で生じたQS期間の合計。

極小点	近傍 (day)	QS (day)
S1	272	52
S2, S3	8437	1236
M1, M2	1925	36
M3, M4	3393	439
M5, M6	909	21
M7, M8	3117	367
M9, M10	2511	5
M11, M12	1097	37
M13, M14	31	0
MS1	6276	659
MS2	32	0

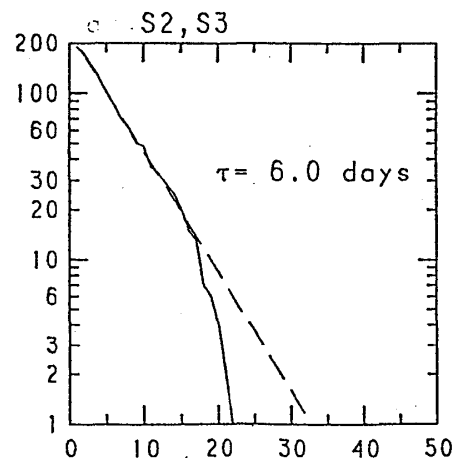


図16 定常解S2・S3近傍で生じたQSの持続期間の分布(実線)。横軸は持続期間 n 日、縦軸は n 日以上持続したQSの数。破線は、最小二乗近似で得た。

- (b) QS の終了時には、解ベクトルは極小点の不安定固有ベクトルの方向へ、極小点から遠ざかる。

このことを実証するため、極小点からの擾乱場 $\mathbf{x}'(t)$ を、次の様に極小点の固有ベクトル $\boldsymbol{\zeta}_i$ で展開する；

$$\begin{aligned}\mathbf{x}'(t) &= \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_{\text{MP}} \\ &= \sum_i^{\nu} C_i(t) \boldsymbol{\zeta}_i\end{aligned}\quad (6.1)$$

ここで、 \mathbf{x}_{MP} は極小点であり、 $C_i(t)$ は次の式から求まる。

$$C_i(t) = \frac{\langle \mathbf{x}'(t) \cdot \boldsymbol{\xi}_i \rangle}{\langle \boldsymbol{\zeta}_i \cdot \boldsymbol{\xi}_i \rangle} \quad (6.2)$$

上の式で、 $\boldsymbol{\xi}_i$ は $\boldsymbol{\zeta}_i$ の随伴固有関数であり、 $\langle \cdot \rangle$ は内積を示し、 $\langle \boldsymbol{\zeta}_i \cdot \boldsymbol{\xi}_j \rangle = 0$ for $i \neq j$ という直交関係を用いている。

一例として、定常解 S 2 付近で出現したある QS について、解析を試みる。図 17 は、この QS 付近での $|\dot{\mathbf{x}}|$ の時間変化を示し、S で $|\dot{\mathbf{x}}|$ は極小、E で極大となる。さて、図 18 には、定常解 S 2 の第 1 不安定モードの振幅（表 2 より、この固有値は複素数であり、従って、その振幅も複素数である。）の変化を、複素平面に実線で示した。一方、破線は、S より線型的増幅を仮定した場合の振幅の変化である。この両者の一致より、この QS の終了時には、確かに第 1 不安定モードの方向に、極小点から線型的に遠ざかっていったことがわかる。さらに、図 19-(a), (b) は各々、この QS 終了時の擾乱場と、S 2 の第 1 不安定モードの上層の流線関数の水平パターンである。驚くべきことに、 $|\dot{\mathbf{x}}|$ が極大となる Day 4326 でさえも、擾乱場はこのモードのみによって、よく表現されている。従って、前述の不安定モード方向への極小点からの離脱は、この図からも明瞭である。

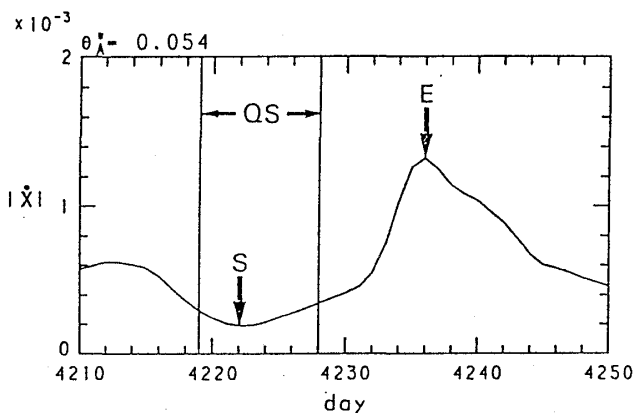


図 17 定常解 S 2 近傍で生じた QS 期間付近での $|\dot{\mathbf{x}}|$ の変化。

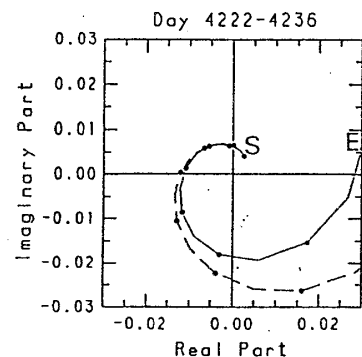


図 18 定常解 S 2 の第 1 不安定固有ベクトルの複素振幅の時間変化（実線）。破線は、S より線型的増幅を仮定した時の変化。

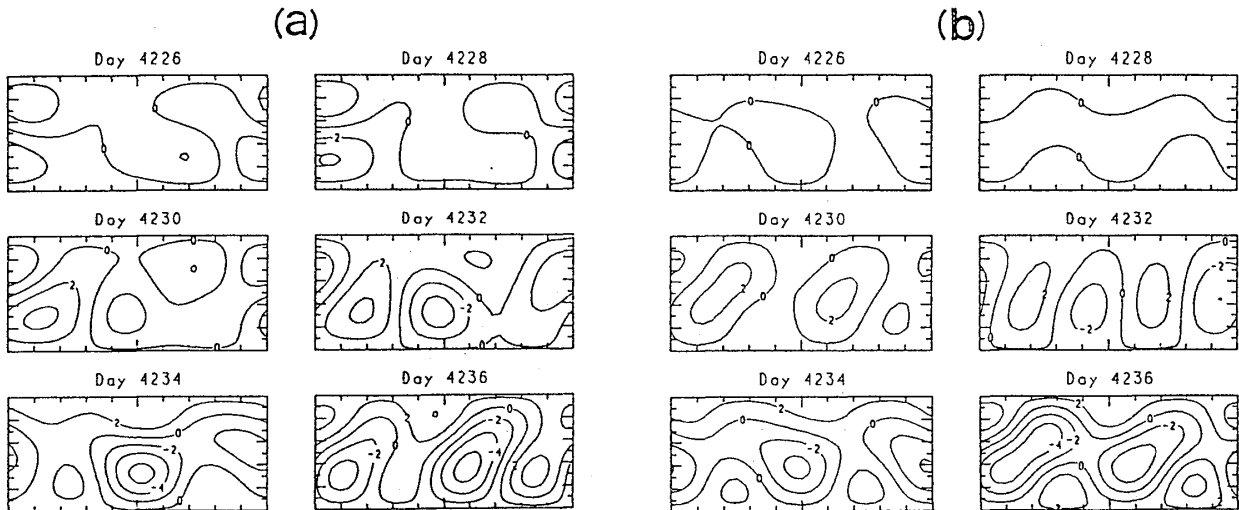


図 19 (a) 定常解 S 2 からの擾乱場の上層流線関数。
(b) 定常解 S 2 の第 1 不安定固有モードの上層流線関数。

しかしながら、全ての QS の終了時に、このように明瞭なある一つの不安定モード方向への離脱は、検出されなかった。これは、固有モード同志が直交しておらず、あるモードの成長は、必ず他のモードへの射影成分を持つために、不明瞭となるためと考えられる。

一方、QS の開始時に、ある安定固有モードの方向からの極小点への接近は、検出されなかった。これは、安定固有値の数が多く（表 2）、接近しうる空間（安定多様体）の次元が、高次元となるからであろう。

7. おわりに

大気大規模運動を表現しうる簡単なモデルにおける、準定常状態と位相空間における $|\dot{\mathbf{x}}|$ の極小点との関係を議論した。その結果、あるパラメータの値の範囲での、不規則運動で、両者の関係を確かめることができ、力学的にも傍証することができた。今後の問題として、次の 2 つの点が重要である。

(1) 現実の大気現象への適用

簡単なモデルと大気現象との間の定性的・定量的なギャップを埋める努力が必要である。それには、簡単なモデルにおける現象をさらに詳しく解析し、大気にも適用しうる量・概念を提出し、実際に、大気において検証することが必要である。さらには、スペクトル切断を緩めたモデルや、大気大循環モデルにおいて、QS と極小点との関係を直接的に検証することも必要であろう。

(2) 他の力学系への適用

QS という概念は、大気運動のみならず、他の力学系におけるカオスの運動においても適用しうる概念である。故に、より簡単な力学系での QS の解析により、QS に対するより厳密な数学的議論が可能となるであろう。

引用文献

- (1) Mukougawa, H., 1987: A dynamical model of "Quasi-Stationary" states in large-scale atmospheric motions. submitted to J. Atmos. Sci.
- (2) 松田佳久・余田成男 1985 : 気象とカタストロフィー 気象学における解の多重性。
気象研究ノート 第 151 号 日本気象学会
- (3) Ghil, M., and S. Childress, 1987: *Topics in Geophysical Fluid Dynamics: Atmospheric Dynamics, Dynamo Theory, and Climate Dynamics*. Springer-Verlag, New York, 485 pp.
- (4) 余田成男 1983 : 地球流体における大規模場の多重性。 ながれ 第 2 巻第 2 号
pp. 147-159. 日本流体力学会
- (5) Reinhold, B., 1987: Weather Regimes: The challenge in extended-range forecasting. Science, vol. 235, pp. 437-441.
- (6) Dole, R. M., 1983: Persistent anomalies of the extratropical Northern Hemisphere wintertime circulation. *Large-scale Dynamical Processes in the Atmosphere*, B. J. Hoskins and R. P. Pearce, Eds., Academic Press, 95-109.
- (7) Charney, J. G., and J. G. DeVore, 1979: Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking. J. Atmos. Sci., 36, 1205-1216
- (8) Yoden, S., 1983: Nonlinear interactions in a two-layer, quasi-geostrophic, low-order model with topography. J. Meteor. Soc. Japan, 61, 1-35.
- (9) Reinhold, B.B., and R. T. Pierrehumbert, 1982: Dynamics of weather regimes: Quasi-stationary waves and blocking. Mon. Wea. Rev., 110, 1105-1145.
- (10) Legras, B., and M. Ghil, 1985: Persistent anomalies, blocking and variations in atmospheric predictability. J. Atmos. Sci., 42, 433-471.
- (11) Pedlosky, J., 1979: *Geophysical Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, New York, 624 pp.